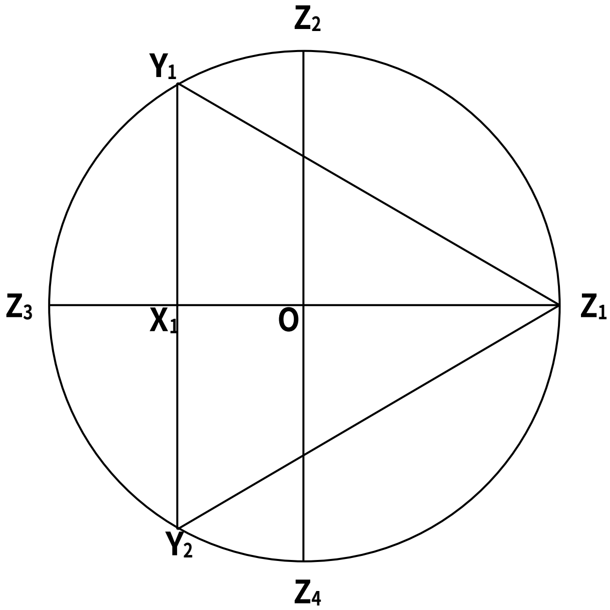
［正三角形の作図］



中心をO、半径を１とする円の直交する２本の直径 Z_1Z_3、Z_2Z_4 をとる。線分 OZ_3 の垂直二等分線と円Oとの交点を Y_1、Y_2 とするとき、三角形 $Z_1Y_1Y_2$ は正三角形となる。

（証明）

仮定より

$$OX_1 = \frac{1}{2}$$

である。

$$1-2OX_1^{\,2} = 1-2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1-\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = OX_1$$

が成り立つから、命題３より

優角 $Z_1OY_2 = 2\angle Z_1OY_1 \quad \cdots$(b.1)

Y_1、Y_2 は直線 Z_1Z_3 に関して対称だから、

$\angle Z_1OY_1 = \angle Z_1OY_2 \quad \cdots$(b.2)

同じ角の優角と劣角だから

優角 $Z_1OY_2 + \angle Z_1OY_2 = 360° \quad \cdots$(b.3)

(b.1)(b.2)(b.3)より

$\angle Z_1OY_1 + 2\angle Z_1OY_1 = 360° \quad \cdots$(b.4)

(b.4)より

$\angle Z_1OY_1 = 120° \quad \cdots$(b.5)

(b.1)(b.2)(b.5)より

$\angle Z_1OY_1 = \angle Y_1OY_2 = \angle Y_2OZ_1 = 120°$

したがって、三角形 $Z_1Y_1Y_2$ は正三角形である。

（証明おわり）