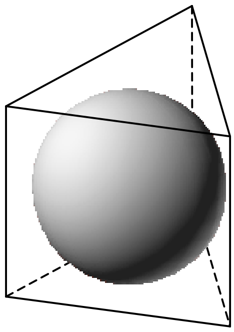
インデックスに戻る

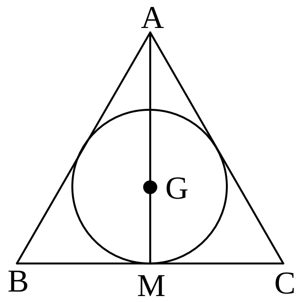
３．図形と計量
３－３．図形の計量
３－３－３．空間図形の計量
３－３－３－５．三角柱に内接する球の半径

球が多面体のすべての面に接するとき、球はその多面体に内接するという。

（例題）

一辺の長さが1の正三角形を底面とする三角柱に内接する円の半径を求めよ。また、そのときの三角柱の高さを求めよ。





（解答）

底面に平行で球の中心を通る平面で切ったときの断面を考える（上から見た平面図を考えても同じである）。

球の断面は円であり、この円の半径は球の半径に等しい。三角柱の断面は、底面と合同な三角形である。球の断面である円をCとし、三角柱の断面である三角形の頂点をA、B、Cとする。円Cは三角形ABCに内接している。

三角形ABCは一辺が1の正三角形である。Cの中心は、三角形ABCの内心であるが、三角形ABCは正三角形であるから、内心は重心と一致する。この点をGとする。三角形ABCにおいて、辺BCの中点をMとすると、Gは線分AMを$2:1$に内分する点であり、円Cの半径はGMである。$\mathrm{AM}\perp\mathrm{BC}$より

$$\mathrm{AM}=\sqrt{1^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\mathrm{GM}=\frac{1}{3}\mathrm{AM}=\frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{6}$$

球が三角柱の２つの底面に接することより、三角柱の高さは球の直径に等しい。したがって、球の高さは

$$2\cdot\frac{\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

以上より、

$$（球の半径）=\frac{\sqrt{3}}{6}、（三角柱の高さ）=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

インデックスに戻る